



Matematika Oktatása és Kutatása Szeminárium

Programfüzet

2025. október 17.

Sopron, Magyarország

<https://journal.uni-sopron.hu/index.php/dimenziok/mokus>

A konferencia neve: MOKUS 2025 – Matematika Oktatása és Kutatása Szeminárium 2025

Szervező: Soproni Egyetem Alaptudományi Intézet
és VEAB Soproni Tudós Társaság

Helye: Sopron, Magyarország

Dátum: 2025. október 17.

TUDOMÁNYOS BIZOTTSÁG:

Németh László (SOE)

Szalay László (SOE)

SZERVEZŐBIZOTTSÁG:

Nagy Zsolt (Soproni Szakképzési Centrum)

Németh László (SOE)

Szalay László (SOE)

SZERKESZTŐ:

Németh László

KIADÓ:

Soproni Egyetem Alaptudományi Intézet

TÁMOGATÓK:

Soproni Egyetem Faipari Mérnöki és Kreatívipari Kar

MTA VEAB Soproni Tudós Társaság

Soproni Szakképzési Centrum



Az összefoglalókat a szerzők írták.

Creative Commons license: CC BY-NC-SA 4.0 DEED



Nevezd meg! - Ne add el! - Így add tovább! 4.0 Nemzetközi
Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International

Program

Helyszín : Soproni Szakképzési Centrum előadója (Sopron, Virágoskert u. 7).

Az előadások hossza 15–20 perc.

9⁰⁰ Megnyitó

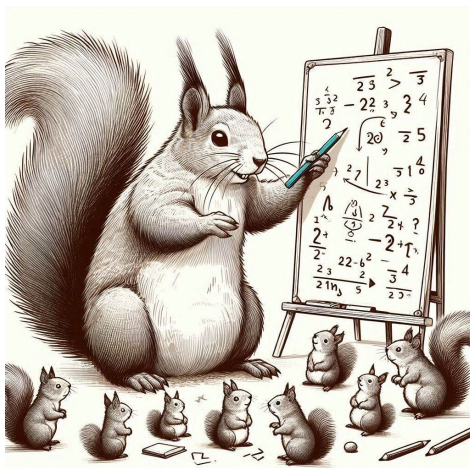
ELNÖK *Németh László*

- 9⁰⁵ – 10³⁰
- **Zsuppán Sándor:** Valószínűségszámítással kapcsolatos fogalmak illusztrálása számítógépes segítséggel középiskolásoknak
 - **Polgár Rudolf:** Matematikatanár szakos hallgatók kombinált mikortanítási tanórák keretében történő készségfejlesztésének oktatói tapasztalatai
 - **Tóth Dániel:** A természetes számok adott súlyozott sűrűségű részhalmazainak konstruálása
 - **Talata István:** A Catalan-testek általánosításáról
 - **Nagy Máté:** Generatív mintázatok teknőcgrafikával

Kávészünet

ELNÖK *Zsuppán Sándor*

- 11⁰⁰ – 12¹⁵
- **Péntek Kálmán:** A Cayley-Hamilton tétel és a vektor-mátrixok algebrája
 - **Kalácska József:** Matematika érettségi feladatsorok 114 év különbséggel Észak-Komáromban
 - **Németh László:** Gépi tanulás adatmegosztás nélkül – a federated learning
 - **Vajo Peter:** Egybevágósági és hasonlósági transzformációk feladatainak létrehozása interaktív GeoGebra appletként, visszacsatolással, segítséggel és automatikus ellenőrzéssel



Összefoglalók

A Cayley-Hamilton tétel és a vektor-mátrixok algebrája

Péntek Kálmán

ELTE Savaria Egyetemi Központ, Matematikai Tanszék

A Cayley-Dickson-féle megkettőzési eljárás Albert által bevezetett általánosítása lehetőséget kínál egymásra épülő algebrák egy szép és fontos sorozatának felépítésére. A valós számok $\mathbb{R}$ algebrájából kiindulva ezen megkettőzési eljárással az első lépésben az általánosított komplex számok $\mathbb{C}_\alpha$, a másodikban az általánosított kvaterniók $\mathbb{H}_{\alpha\beta}$, a harmadikban az általánosított oktoniók $\mathbb{O}_{\alpha\beta\gamma}$ és végül a negyedik lépésben az általánosított szedeniók $\mathbb{S}_{\alpha\beta\gamma\delta}$ algebráját nyerjük.

Ezen négy struktúrában vizsgáljuk meg a lineáris algebra nevezetes eredményének, a Cayley-Hamilton tételnek az érvényességét. E tétel szerint egy kommutatív, neutrális elemes gyűrű feletti n -edrendű négyzetes mátrixok struktúrájában minden mátrix kielégíti saját karakterisztikus egyenletét. Az előadásban bebizonyítjuk, hogy e nevezetes tétel igaz a $\mathbb{C}_\alpha$ és a $\mathbb{H}_{\alpha\beta}$ asszociatív algebrákat reprezentáló mátrixokra, s különösen érdekes, hogy érvényes az $\mathbb{O}_{\alpha\beta\gamma}$ és az $\mathbb{S}_{\alpha\beta\gamma\delta}$ nem asszociatív, vektor-mátrixokkal reprezentálható algebrákban is.

A Catalan-testek általánosításáról

Talata István

BGE Marketing és Üzleti Kommunikáció Kar, Kereskedelem és Logisztika Tanszék, Budapest

Az arkhimédészi (félig szabályos) testek duálisai a Catalan-testek, amelyeket Eugene Catalan francia-belga matematikusról neveztek el. Egy Catalan-test olyan 3-dimenziós konvex poliéder, melynek mindegyik csúcsalakzata szabályos, és a poliéder laptranzitív. 13 ilyen test létezik.

Az arkhimédészi testek általánosításai a Johnson-poliéderek (92 ilyen létezik): ezek olyan 3-dimenziós konvex poliéderek, melyeknek mindegyik lapja szabályos sokszög. Analóg módon vezetjük be az általánosított Catalan-testek fogalmát: azon 3-dimenziós konvex poliédereket tekintjük, melyeknek mindegyik csúcsalakzata szabályos. Klasszifikáljuk ezt a poliéderosztályt, és példákat adunk általánosított majdnem-Catalan-testekre is, amikor a 3-dimenziós konvex poliéder csúcsalakzatai csupán közel szabályosak.

Valószínűségszámítással kapcsolatos fogalmak illusztrálása számítógépes segítséggel középiskolásoknak

Zsuppán Sándor

Berzsenyi Dániel Evangélikus (Líceum) Gimnázium és Kollégium

A matematika érettségi követelményrendszer részét is képező valószínűség, feltételes valószínűség, valószínűségi eloszlás és várható érték fogalmak számítógépes segítséggel történő vizsgálatát mutatjuk be néhány példán keresztül. Ezekben a példákban nagyszámú adatot tartalmazó, véletlenszerű mintavétellel kapott adathalmazokkal dolgozunk, hogy a nagy számok törvénye alapján a fenti fogalmakat a statisztikából ismert relatív gyakoriság és átlag fogalmakkal állíthassuk párhuzamba. A példákban az internetről hozzáférhető vagy számítógéppel pszeudorandom módon generált adathalmazokat használunk fel. Kitekintésképpen a binomiális eloszlással kapcsolatos Bernstein-polinomokhoz hasonló, de a hipergeometrikus eloszlásból származtatott polinomokat vizsgálunk röviden.

Gépi tanulás adatmegosztás nélkül – a federated learning

Németh László

Selye János Egyetem, GIK, Matematika Tanszék

A modern, neurális hálózatokat használó gépi tanulási algoritmusok az adatvédelmi irányelvek szigorodásával új kihívások előtt állnak. Egyre kevésbé vagyunk hajlandóak megosztani személyes adatainkat, amelyek viszont alapvető fontosságúak egy tanítási folyamat során. Erre kínál egy lehetőséget a federated learning eljárás, amely egy központosított adatbázis helyett, több kliens adataira épít – anélkül, hogy azok mások számára is elérhetővé válnának. Az előadásban bemutatjuk az eljárás alapötletét, főbb megközelítéseit és egy gyakorlati példán keresztül vizsgáljuk annak hatékonyságát.

Egybevágósági és hasonlósági transzformációk feladatainak létrehozása interaktív GeoGebra appletként, visszacsatolással, segítséggel és automatikus ellenőrzéssel

Vajo Peter

Selye János Egyetem, GIK Matematika Tanszék

A technológiaalapú oktatás növekvő jelentősége és a távoktatás bővülő lehetőségei jelentős érdeklődést váltottak ki az automatizált, interaktív tanulási rendszerek iránt. A geometriai szerkesztési feladatokhoz rendelkezésre álló interaktív, automatikusan kiértékelődő, nyílt forráskódú online eszközök korlátozott elérhetősége viszont gátolta azok szélesebb körű bevezetését az oktatási rendszerben. Ennek fő oka, hogy a geometriai szerkesztési feladatok esetében numerikus megoldás helyett megszerkesztett megoldást (megoldásokat) keresünk. Ez a sajátosság megnehezíti ezen feladatok gépi kiértékelését (mivel a megoldásokat nem lehet válaszmegoldásokba másolni), és időigényes a tanár általi kézi értékelés szempontjából is. Ez a munka a szerkesztési feladatok témakörén belül az egybevágósági és a hasonlósági transzformációk feladataira koncentrálna. A hangsúly a gyakran használt GeoGebra szoftverben elkészített interaktív appletekre irányul. A matematika tanárok számára bemutatásra kerülnek azon lényeges lépések, amelyekkel automatikusan kiértékelődő, visszacsatolást és segítséget nyújtó interaktív GeoGebra appletek hozhatók létre az egybevágósági és hasonlósági transzformációk témakörének feladataihoz.

A természetes számok adott súlyozott sűrűségű részhalmazainak konstruálása

Tóth Dániel

Selye János Egyetem, GIK Matematika Tanszék

A természetes számok részhalmazainak mérésére az egyik legtermészetesebb eszköz az aszimptotikus sűrűség. A súlyozott sűrűség az aszimptotikus sűrűség általánosítása. Ilyen sűrűségek vizsgálatakor gyakran olyan halmazokkal dolgozunk, amelyek alakja

$$A = \bigcup_{n=1}^{\infty} ((c_n, d_n] \cap \mathbb{N}),$$

ahol a (c_n) és (d_n) egész számsorozatok kielégítik a $0 \leq c_n < d_n < c_{n+1}$ feltételt. Az ilyen blokkszerkezetű halmazok segítségével a súlyozott sűrűségek tulajdonságai vizsgálhatók.

Az előadásban azt vizsgáljuk, hogyan lehet tetszőleges alsó és felső súlyozott sűrűségű halmazokat definiálni, milyen kapcsolat van a blokkok mérete és a súlyozott sűrűség között, és hogyan alkalmazható a Cesàro–Stolz-tétel a súlyozott sűrűségek kiszámítására. Vizsgáljuk továbbá a kapcsolatot az $f(n)$ súlyfüggvénnyel és az

$$f^*(n) = \frac{f(n)}{\sum_{k=1}^n f(k)}$$

által meghatározott sűrűségek között a blokkszerkezetű halmazok esetében.

Matematika érettségi feladatsorok 114 év különbséggel Észak-Komáromban

Kalácska József
Komárom

Az 1649-ben alapított komáromi jezsuita, majd 1812-től bencés gimnázium főgimnáziummá történt átalakítása utáni első érettségijét az 1910-11-es tanévben tartották. Ezen érettségi matematika feladatait, majd a trianoni békediktátum után létrejött Csehszlovákia 1938-ban egy később híressé lett család két tagjának szóbeli érettségi feladatait mutatom meg. Végül az ugyanabban az épületben működő Selye János Gimnázium 2025-ös, Szlovákiában egységes érettségi feladatsort ismertetem.

Matematikatanár szakos hallgatók kombinált mikortanítási tanórák keretében történő készségfejlesztésének oktatói tapasztalatai

Polgár Rudolf
ELTE Savaria Egyetemi Központ, Matematikai Tanszék

A bemutatásra kerülő készség- és tananyagfejlesztési projekt az elmúlt öt tanév matematikatanár szakos hallgatók részére tartott speciális kurzusokon szerzett tapasztalatainak figyelembevételével kerül bemutatásra. A kurzusokon a tanár szakos hallgatók egy kvázi valós helyzetben tehetnek szert tanítási tapasztalatra mind verbálisan, mind írásban. Emellett megtanulnak értékelni, kritikákat megfogalmazni és kritikákra válaszolni, témaköröket önállóan és irányított módon feldolgozni.

Generatív mintázatok teknőcgrafikával

Nagy Máté
Soproni Egyetem, FMK Kreatívipari Intézet

A teknőcgrafikát oktatási céllal hozták létre, elsősorban gyerekek és fiatalok számára. Működése könnyen megérthető: egyszerű utasításokkal irányítunk egy rajzoló eszközt – az alapötlet szerint egy teknőcrobotot. A Turtle könyvtár eredetileg a Logo programnyelv része volt, így története egészen 1967-ig nyúlik vissza. A népszerű Python programnyelv később, szintén oktatási céllal, átvette és továbbfejlesztette ezt a megközelítést. A teknőcgrafika kiváló bevezetést nyújt a kódolás világába minden korosztály számára, legyen szó akár művészi, más néven kreatív kódolásról. A kreatív kódolás időszerűségét az információtechnológiai eszközökkel és a mesterséges intelligencia-alapú alkalmazásokkal való egyre szorosabb együttműködés indokolja, amely a különféle tervező szakemberek számára ma már megkerülhetetlen.

Jegyzetek

